ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη σελ. 30

Α2. Ορισμός σελ. 13

Α3. σελ. 59

Α4. α) Σωστό β) λάθος γ) λάθος δ) λάθος ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1 Παρατηρούμε ότι: $\nu_1 = 12$, $\nu_2 = 8$, $\nu_3 = 14$, $\nu_4 = 6$

Άρα $\nu = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = 40$

Β2

Κλάσεις	x_i	ν_i	f_i	$x_i\nu_i$
[2,4)	3	12	0,3	36
[4,6)	5	8	0,2	40
[6,8)	7	14	0,35	98
[8,10)	9	6	0,15	54
Σύνολο		40	1	228

$f_1 = \frac{\nu_1}{\nu} = \frac{12}{40} = 0,3$ $\quad f_2 = \frac{\nu_2}{\nu} = 0,2$ $\quad f_3 = \frac{\nu_3}{\nu} = 0,35$ $\quad f_4 = 0,15$

Άρα $f = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 1$.

Β3 α) $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i\nu_i}{\nu} = \frac{36+40+98+54}{40} = \frac{228}{40} = 5,7$

β) Επειδή οι κλάσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες έχουμε: $\frac{3}{4}\nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = 6 + 14 + 6 = 26$ πωλητές έκαναν πωλήσεις τουλάχιστον 4,5 χιλιάδων ευρώ.

ΘΕΜΑ Γ

Κ: κόκκινες   Λ: άσπρες   Π: πράσινες.

$P(K) = x_1$ $P(A) = x_2$ όπου x_1, x_2 τα.

Γ1) Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ οπότε:

$f'(x) = 12x^2 - 7x + 1$

πρέπει $f'(x) = 0 \iff 12x^2 - 7x + 1 = 0$, $\Delta = 49 - 48 = 1$

$x_1 = \frac{1}{3}$ και $x_2 = \frac{1}{4}$.

και επειδή $x_1 < x_2$ έχουμε:

$P(A) = x_2 = \frac{1}{3}$ και $P(K) = x_1 = \frac{1}{4}$.

- $P(A) + P(K) + P(\Pi) = 1$ επειδή τα Α, Κ, Ρ είναι ανεξάρτητα μεταξύ τα

$\iff P(\Pi) = 5/12$

Γ2) Γ: κόκκινη ή άσπρη άρα $P(\Gamma) = P(K \cup A) = P(K) + P(A) = 7/12$

Δ: ούτε κόκκινη ούτε άσπρη $P(\Delta) = P[(K \cup A)'] = 1 - P(K \cup A) = \frac{5}{12}$

Ε: άσπρη ή να μην είναι πράσινη $P(E) = P(A \cup \Pi') =$

$= P(A) + P(\Pi') - P(A \cap \Pi')$

$= P(A) + 1 - P(\Pi) - (P(A) - P(A \cap \Pi))$

$= P(\cancel{A}) + 1 - P(\Pi) - P(\cancel{A}) + P(A \cap \Pi)$

$= 1 - \frac{5}{12} = 7/12$

Γ3). Έχουμε: $N(A) = N(\Pi) - 4 \iff \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{N(\Pi)}{N(\Omega)} - \frac{4}{N(\Omega)} \iff$

$P(A) = P(\Pi) - \frac{4}{N(\Omega)} \iff \frac{1}{3} = \frac{5}{12} - \frac{4}{N(\Omega)} \iff 4 = 5 - \frac{48}{N(\Omega)} \iff$

$N(\Omega) = 48$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) $\Pi = 2x+2y = 20 \Leftrightarrow x+y = 10 \quad , \quad 0 < x < 10$

$$E(x) = x\cdot y + 2\cdot 5x + 2\cdot 5y =$$
$$= (x+10)y + 10x$$
$$= (x+10)(10-x) + 10x$$
$$= -x^2 + 10x + 100$$

• $E'(x) = -2x + 10$

$E'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$

x	0		5		10
E'		+	0	−	
E		↗	max	↘	

Άρα μέγιστη επιφάνεια για $x = 5dm$

Δ2) α) $2s^2 - 5s + 2 = 0$

$\Delta = 9 \quad , \quad s_{1,2} =$ → 2 ΔΕΚΤΗ γιατί $CV > 0,1$
→ $1/2$ Απορ. γιατί $CV < 0,1$

• Για $s = 2$: $CV = \dfrac{s}{\bar{x}} = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4} > 0,1$.

• Για $s = \frac{1}{2}$: $CV = \dfrac{1}{16} < 0,1$

β) $$s^2 = \frac{1}{\nu}\left[\sum_{i=1}^{\nu} t_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{\nu} t_i\right)^2}{\nu}\right] \Leftrightarrow$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} t_i^2}{\nu} - (\bar{x})^2 \Leftrightarrow$$

$$s^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 \Leftrightarrow$$
$$4 = \overline{x^2} - 64 \Leftrightarrow$$
$$\overline{x^2} = 68$$

Δ3.) $R = E(x_{15}) - E(x_1) = E(9) - E(5) = 125 - 109 = 16$

Άρα $y_i > -4x_i + 9\cdot 16 + 1 \iff -x_i^2 + 10x_i + 100 > -4x_i + 145$

$\iff -x_i^2 + 14x_i - 45 > 0$

$\Delta = 16 \qquad x_1 = 5$ και $x_2 = 9$

x_i	0		5		9		10
		$-$	0	$+$	0	$-$	

Άρα $x_i \in (5, 9)$

$B = \{A_i(x_i, y_i),\ i = 1, 2, \dots, 15 \ / \ 5 < x_i < 9\}$

- $N(B) = 13$
- $N(\Omega) = 15$

$\Bigg\}\quad P(B) = \dfrac{13}{15}$