Θέμα Α

Α1 Σχολικό Βιβλίο σελ 138

Α2 α → Σ

β → Λ

γ → Λ

δ → Λ

ε → Σ

Α3. α) $(f-g)'(x) = f'(x) - g'(x)$

β) $\int_{\alpha}^{\beta} \sigma\upsilon\nu x\,dx = [-\eta\mu x]_{\alpha}^{\beta} = -\eta\mu\beta + \eta\mu\alpha$

γ) Αν $\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell$, $\ell \in R$ τότε $\lim_{x \to x_0} |f(x)| = |\ell|$

Θέμα Β

Β1. $x f(x) - 2f(x) = x^2 - 4 \Rightarrow$

$f(x)(x-2) = x^2 - 4 \Rightarrow$

$f(x) = \dfrac{x^2-4}{x-2}, \quad x \neq 2$

Β2. $\lim_{x \to 2} \dfrac{x^2-4}{x-2} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \to 2} \dfrac{(x-2)(x+2)}{(x-2)} = \lim_{x \to 2} (x+2) = 4$

Β3. Επειδή η συνάρτηση f είναι συνεχής στο R ισχύει ότι $f(2) = \lim_{x \to 2} f(x) = \lim_{x \to 2} \dfrac{x^2-4}{x-2} = 4$

Θέμα Γ

Γ1

Α/Α	Ηλικίες Υπαλλήλων	Συχνότητα ν_i	Κέντρο x_i	$x_i \cdot \nu_i$	$f_i\%$
1η κλάση	[25,35)	100	30	3.000	50
2η κλάση	[35,45)	50	40	2000	25
3η κλάση	[45,55)	40	50	2.000	20
4η κλάση	[55,65)	10	60	600	5
	Σύνολα	$\nu=200$	////	7600	100

Γ2

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i \cdot \nu_i}{\nu} = \frac{7600}{200} = 38$$

Γ3. Το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν ηλικία τουλάχιστον 45 ετών είναι $f_3\% + f_4\% = 20+5 = 25\%$

Γ4.

Ηλικίες Υπαλλήλων	ν_i	x_i	$x_i \cdot \nu_i$
[25,35)	110	30	3300
[35,45)	45	40	1800
[45,55)	40	50	2000
[55,65)	5	60	300
Σύνολα	200	////	7400

$$\bar{x}' = \frac{\Sigma x_i \cdot \nu_i}{\nu} = \frac{7.400}{200} = 37.$$

Θέμα Δ

$f(x)=e^x\cdot(x-1),\ x\in R$

Δ1 $f'(x)=(e^x)'\cdot(x-1)+e^x\cdot(x-1)'$

$f'(x)=e^x\cdot(x-1)+e^x$

$f'(x)=e^x\cdot(x-1+1)$

$f'(x)=x\cdot e^x$

Όμως $f(x)+e^x=e^x(x-1)+e^x=e^x\cdot x-e^x+e^x=x\cdot e^x=f'(x)$

Δ2 $f(x)=e^x\cdot(x-1),\ x\in R$

$f'(x)=x\cdot e^x$

$f'(x)=0 \Rightarrow x\cdot e^x=0 \Rightarrow x=0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	τ.ελ	$\nearrow$

Η $f(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty,0]$

Η $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο $[0,+\infty)$

Η $f(x)$ παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x=0$ με ελάχιστη τιμή $f(0)=-1$

Δ3) $g(x)=f(x)+e^x=x\cdot e^x$

$E=\int_{-1}^{1}|x\cdot e^x|dx=-\int_{-1}^{0}x\cdot e^x dx+\int_{0}^{1}x\cdot e^x dx$

• $\int_{-1}^{0}xe^x dx=\int_{-1}^{0}(e^x)'\cdot x dx=\int_{-1}^{0}(e^x)'\cdot x dx=[e^x\cdot x]_{-1}^{0}-\int_{-1}^{0}e^x dx=$

$=[e^x\cdot x]_{-1}^{0}-[e^x]_{-1}^{0}=+e^{-1}+e^{-1}-1=2e^{-1}-1$

$$\cdot \int_0^1 x \cdot e^x dx = \int_0^1 (e^x)' \cdot x dx = [e^x \cdot x]_0^1 - \int_0^1 e^x dx =$$

$$= [e^x \cdot x]_0^1 - [e^x]_0^1 =$$

$$= e - e + 1 = 1$$

Άρα $E = -(2e^{-1} - 1) + 1$

$E = -2e^{-1} + 1 + 1$

$E = -\frac{2}{e} + 2$

$E = 2\left(1 - \frac{1}{e}\right)$ τ.μ.